

ЛИТЕРАТУРА

1. Чизмаджев Ю.А., Маркин В.С., Тарасевич М.Р., Чирков Ю.Г. *Макрокинетика процессов в пористых средах (Топливные элементы)*. – М.: Наука, 1971. – 364 с.
2. Астарита Дж. *Массопередача с химической реакцией*. – Л.: Химия, 1971. – 224 с.

О ГИДРОДИНАМИКЕ ФИЛЬТРОВАНИЯ СУСПЕНЗИИ С УЧЕТОМ РЕОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОСАДКА

Ф.Г.Ахмадиев, Р.И.Ибяттов

*Казанская государственная архитектурно-строительная
академия*

Akhmadiev@ksaba.kcn.ru

При работе фильтровальных аппаратов разделяемая суспензия контактирует с проницаемой поверхностью. Жидкая фаза под действием градиента давления или массовых сил просачивается через пористые перегородки, а твердые частицы, задерживаясь на наружной поверхности, образуют слой осадка. Осадок представляет собой поток частиц в состоянии достаточно плотной упаковки, способный образовывать твердообразные структуры, разрушающиеся при увеличении интенсивности деформации. Реологической моделью таких сред могут служить неньютоновские жидкости с вязкопластическим поведением. Таким образом, возникает проблема математического моделирования разделения суспензии с образованием осадка, с учетом фильтрации жидкости и реологического состояния осадка. В данной работе указанная задача решается на примере разделения суспензии на фильтрующей центрифуге, рабочим элементом которого является вращающийся проницаемый конус. Предложенный подход также может быть использован для моделирования работ ленточного и барабанного вакуум-фильтров.

Предположим, что осадок скользит по образующей ротора и непрерывно выносится из зоны разделения. По поверхности движущегося осадка течет и фильтруется разделяемая суспензия. Для описания течения суспензии по поверхности осадка можно

использовать уравнения механики гетерогенных сред. Эти уравнения в ортогональной системе координат $(1, \delta, \varphi)$, связанной с ротором и с коэффициентами Ляме $(1, 1, R)$, в приближении пленочного течения записываются в виде [1]

$$\frac{\partial(\alpha_1 R V_{1l})}{\partial r} + \frac{\partial(\alpha_1 R V_{1\delta})}{\partial \delta} = 0, \quad (1)$$

$$\mu \frac{\partial^2 V_{1l}}{\partial \delta^2} - f_{12}(V_{1l} - V_{2l}) + \rho_1 F_l = 0, \quad (2)$$

$$-\alpha_1 \frac{\partial P}{\partial \delta} - f_{12}(V_{1\delta} - V_{2\delta}) + \rho_1 F_\delta = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\alpha_2 R V_{2l})}{\partial r} + \frac{\partial(\alpha_2 R V_{2\delta})}{\partial \delta} = 0, \quad (4)$$

$$f_{12}(V_{1l} - V_{2l}) + \rho_2 F_l = 0, \quad (5)$$

$$-\alpha_2 \frac{\partial P}{\partial \delta} + f_{12}(V_{1\delta} - V_{2\delta}) + \rho_2 F_\delta = 0, \quad (6)$$

где V_i , α_i , $\rho_i = \alpha_i \rho_{i0}$, ρ_{i0} - скорость, концентрация, приведенная и истинная плотности i -ой фазы, μ - эффективная вязкость суспензии.

В уравнениях сохранения, описывающих движения вязкопластического осадка и фильтрации жидкости, твердая фаза участвует в качестве сплошной фазы. Для описания реологического поведения структурирующей среды наиболее универсальным является закон Балкли-Гершеля. Тогда упрощенные уравнения неразрывности и движения механики гетерогенных сред имеют вид

$$\frac{\partial(RU_{1l})}{\partial r} + \frac{\partial(RU_{1\delta})}{\partial \delta} = 0, \quad (7)$$

$$-f_0(U_{1l} - U_{2l}) + \alpha \rho_{10} F_l = 0, \quad (8)$$

$$-\alpha \frac{\partial P_0}{\partial \delta} - f_0(U_{1\delta} - U_{2\delta}) + \alpha \rho_{10} F_\delta = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial(RU_{2l})}{\partial r} + \frac{\partial(RU_{2\delta})}{\partial \delta} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \left(\tau_0 + m \left| \frac{\partial U_{2l}}{\partial \delta} \right|^n \right) + f_0(U_{1l} - U_{2l}) + (1 - \alpha) \rho_{20} F_l = 0, \quad (11)$$

$$-(1 - \alpha) \frac{\partial P_0}{\partial \delta} + f_0(U_{1\delta} - U_{2\delta}) + (1 - \alpha) \rho_{20} F_\delta = 0, \quad (12)$$

где α - пористость осадка.

Граничные условия для системы уравнений (1) - (12) следующие:

$$\text{при } \delta = h : P = P_1, \mu \frac{\partial V_{1l}}{\partial \delta} = 0;$$

$$\text{при } \delta = \delta_1 : P = P_0, \mu \frac{\partial V_{1l}}{\partial \delta} = \tau_0 + m \left| \frac{\partial U_{2l}}{\partial \delta} \right|^n, V_{1l} = U_{1l};$$

$$\text{при } \delta = 0 : U_{2l} = W, U_{2\delta} = 0, U_{1\delta} = -\beta(P_0 - P_1),$$

где P и P_0 - давление в слоях суспензии и осадка, P_1 - атмосферное давление, β - коэффициент проницаемости ротора.

Для решения поставленной задачи уравнения (2) и (5), (3) и (6), (8) и (11), (9) и (12) необходимо попарно суммировать. Тогда интегрирование полученных соотношений с учетом соответствующих граничных условий дает выражения для вычисления полей скоростей и давления. Некоторые из них приведены ниже:

$$V_{1l} = \frac{\rho F_l}{\mu} \left[h((\delta - \delta_1) - \frac{\delta^2 - \delta_1^2}{2}) \right] + U_{2l}(\delta_1) + \frac{\alpha \rho_{10} F_l}{f_0} + W, \quad ,$$

$$U_{2L} = \frac{n}{n+1} \frac{1}{C} \left[(C\delta + D)^{\frac{n+1}{n}} - D^{\frac{n+1}{n}} \right] + W,$$

$$U_{1L} = U_{2L} + \frac{\alpha \rho_{10} F_L}{f_0}, \quad U_{1\delta} = U_{2\delta} - \frac{\alpha \rho_{10} (F_L R)'}{f_0 R} + \beta F_\delta B,$$

$$U_{2\delta} = \frac{n}{2n+1} \frac{E_1}{R} \left[E^{\frac{2n+1}{n}} - (\delta + E)^{\frac{2n+1}{n}} \right] + \frac{n}{n+1} \frac{E_2}{R} \left[E^{\frac{n+1}{n}} - (\delta + E)^{\frac{n+1}{n}} \right] + \frac{E_3}{R} \delta,$$

где

$$B = \delta_1 \rho_0 + (h - \delta_1) \rho, \quad \rho_0 = \alpha \rho_{10} + (1 - \alpha) \rho_{20},$$

$$C = -\frac{\rho_0 F_L}{m}, \quad D = \frac{F_L B - \tau_0}{m}, \quad E = \frac{D}{C}, \quad E_1 = \frac{n}{n+1} (RC^{\frac{1}{n}})',$$

$$E_2 = RC^n \left(\frac{D}{C} \right)',$$

$$E_3 = -R'W + \frac{n}{n+1} \left(\frac{RD^n}{C} \right)', \quad E_3 = -R'W + \frac{n}{n+1} \left(\frac{RD^{\frac{n+1}{n}}}{C} \right)'.$$

Во всех полученных соотношениях присутствуют неизвестные величины - толщины слоев осадка δ_1 и суспензии h . Для определения этих величин можно использовать уравнения материального баланса твердой и жидкой фаз суспензии

$$\int_0^{\delta_1} 2\pi R(1-\alpha)U_{2L}d\delta + \int_{\delta_1}^h 2\pi R\alpha_2V_{2L}d\delta = Q_2,$$

$$\int_0^{\delta_1} 2\pi R\alpha U_{1L}d\delta + \int_{\delta_1}^h 2\pi R\alpha_1V_{1L}d\delta - \int_{l_0}^l 2\pi RV_{1\delta}(0)dl = Q_1.$$

После подстановки соответствующих выражений для скоростей эти соотношения преобразуются к системе, состоящей из обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и нелинейного алгебраического уравнения. Полученная система решается численно.

Таким образом, определяются поля скоростей фаз, давления, распределения толщин пленки суспензии и осадка. Результаты численных расчетов позволяют определять основные режимные и конструктивные параметры работы фильтрующей центрифуги.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахмадиев Ф.Г., Дорохов И.Н., Кафаров В.В. *Новые методы расчета конкретных гидродинамических процессов химической технологии с использованием уравнений механики гетерогенных сред* // Докл. АН СССР. - 1984. - Т.274. - №4. - С.1156-1159.